Pedro Tavares

EMBALAGENS

Volume e quantidade de material

Modelagem

Sugestão de tema.

Propostas

- Será que as embalagens encontradas no comércio utilizam a menor área e assim otimizam os custos do material utilizados para fabricá-las?
- Existe alguma relação entre as áreas da base, laterais e total neste problema de otimização?
- Quais seriam as medidas necessárias para que determinemos uma embalagem ótima?

Largura (a)	3,8cm
Comprimento (b)	5,3cm
Altura (c)	10,6cm

At = 233,20 cm²

V = 213,48 cm³

Largura (a)	3,9cm
Comprimento (b)	6,2cm
Altura (c)	8,3cm

At = 216,02 cm²

V = 200,70 cm³

Largura (a)	3,8cm
Comprimento (b)	4,8cm
Altura (c)	11,8cm

At = 239,44 cm²

V = 215,23 cm³

- Dimensão fixada escolhida: largura (a)
- Média das larguras é aproximadamente 3,8 cm.
- V = abc, volume do liquido corresponde a 200 ml.

$V = abc$

$200 = 3{,}8cb$

$cb =$

$200/3{,}8$

$c = 52{,}6/b$

- Cálculo da área total.

$At = 2(ab + bc + ac)$

$At = 2(3{,}8b + b52{,}6/b + 3{,}8.52{,}6/b)$

$At = 2(52{,}6 + 3{,}8b + 200/b)$

Calculando a derivada primeira da expressão da área total e igualando a zero, obtemos o valor da dimensão b.

$2(0 - 200/b^2 + 3{,}8) =$

0

$200/b^2 = 3{,}8$

$b = 7{,}25$ cm

Derivada de 200/b

$200.1/b$

$200b^{-1}$

$-1.200b^{-1-1}$

$-200b^{-2}$

$-200/b^2$

Como At″ = $800/b^3$ substituindo b = 7,25 cm, temos que: At″ > 0. Assim, b = 7,25 cm é o ponto de mínimo. Temos que:

$$c = 52,6/b$$

$$c = 52,6/7,25 = 7,25$$

cm

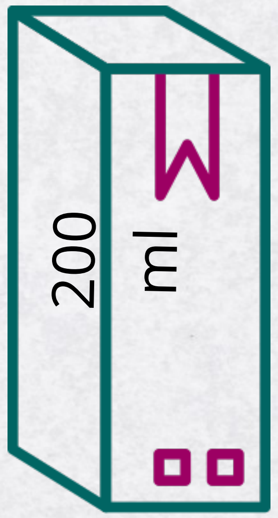
Portanto, as dimensões da embalagem "ótima" (para 200 ml) são aproximadamente: 7,25 cm, 7,25 cm e 3,8 cm.

Assim a área total será:

$$At = 2(ab + bc + ac)$$

$$At = 2(3,8.7,25 + 7,25.7,25 + 3,8.7,25)$$

$$At = 215,33\ cm^2$$



Largura (a)	3,8cm
Comprimento (b)	5,3cm
Altura (c)	10,6cm

At = 233,20 cm²

V = 213,48 cm³

Largura (a)	3,8cm
Comprimento (b)	4,8cm
Altura (c)	11,8cm

At = 239,44 cm²

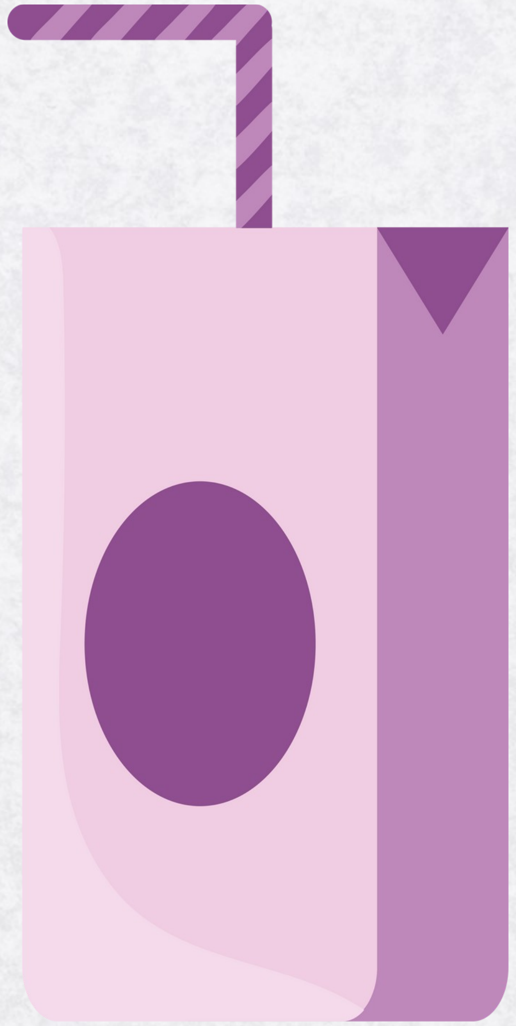
V = 215,23 cm³

Largura (a)	3,9cm
Comprimento (b)	6,2cm
Altura (c)	8,3cm

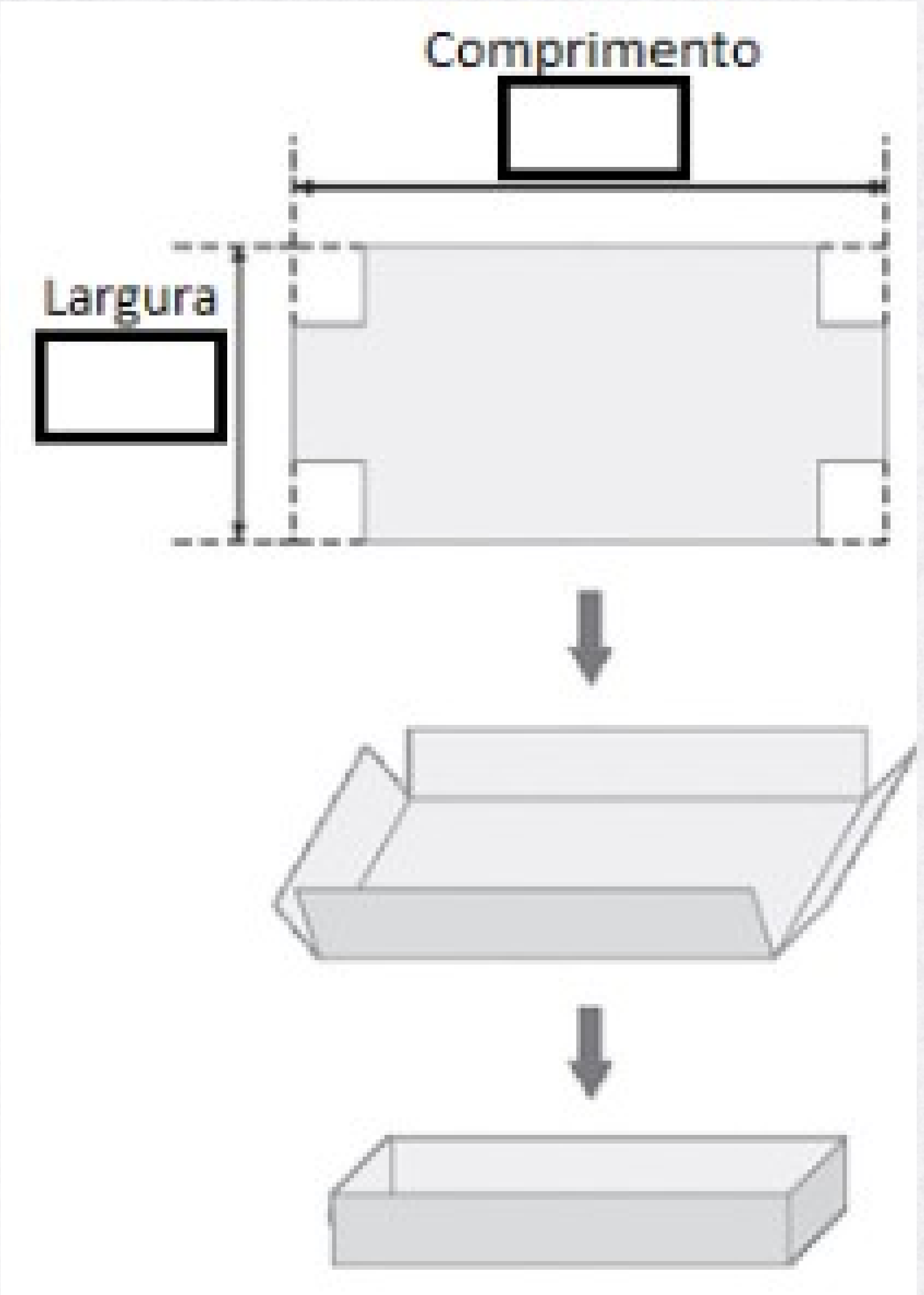
At = 216,02 cm²

V = 200,70 cm³

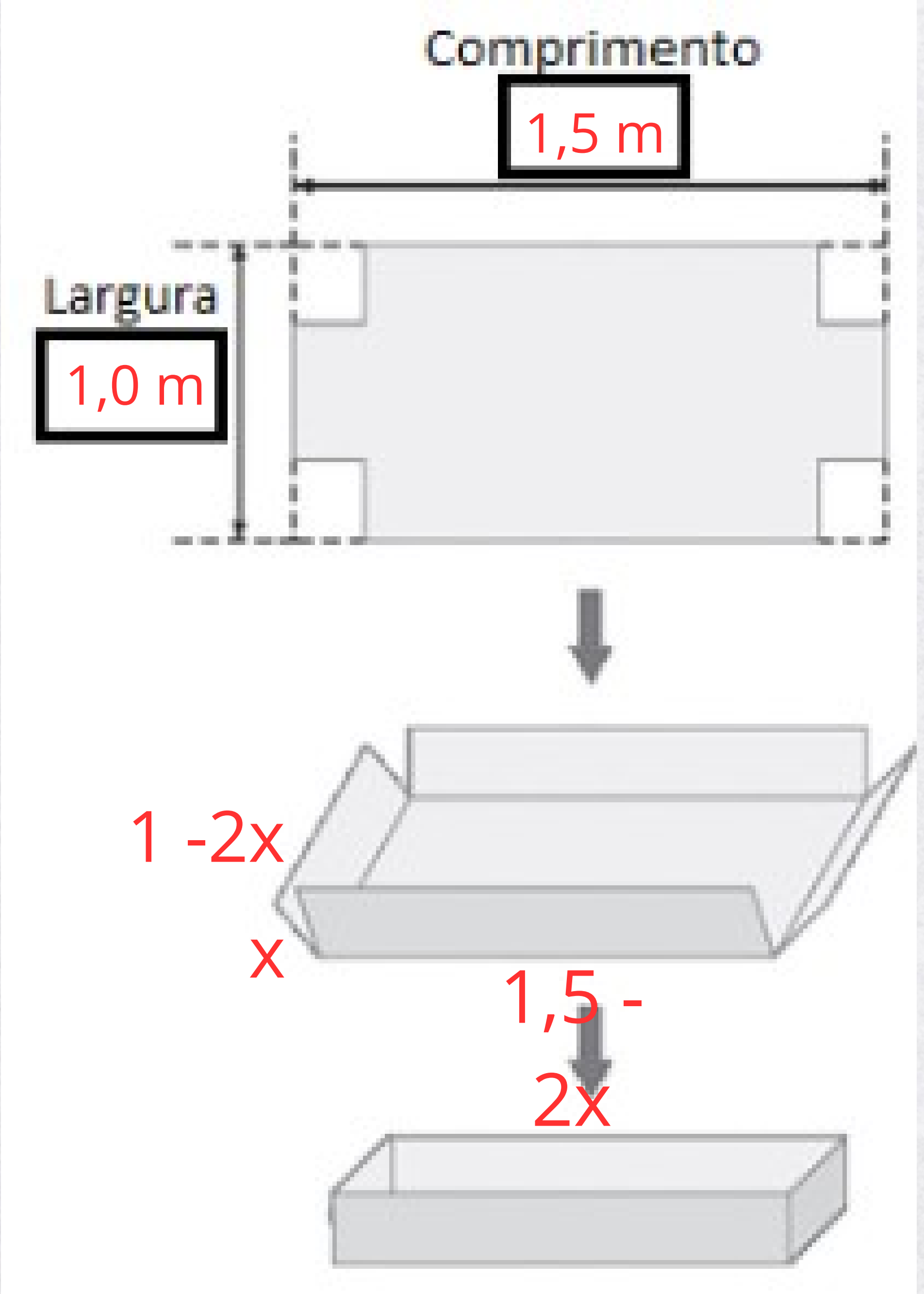
O QUE EU PENSEI...



A caixa (sem tampa) com maior volume possível.



Vamos considerar uma folha com as dimensões: 1,5 m e 1,0 m.



Volume da caixa: (medidas em cm)

$V(x) = (100 - 2x)(150 - 2x)x$

$V(x) = x(15000 - 200x - 300x + 4x^2)$

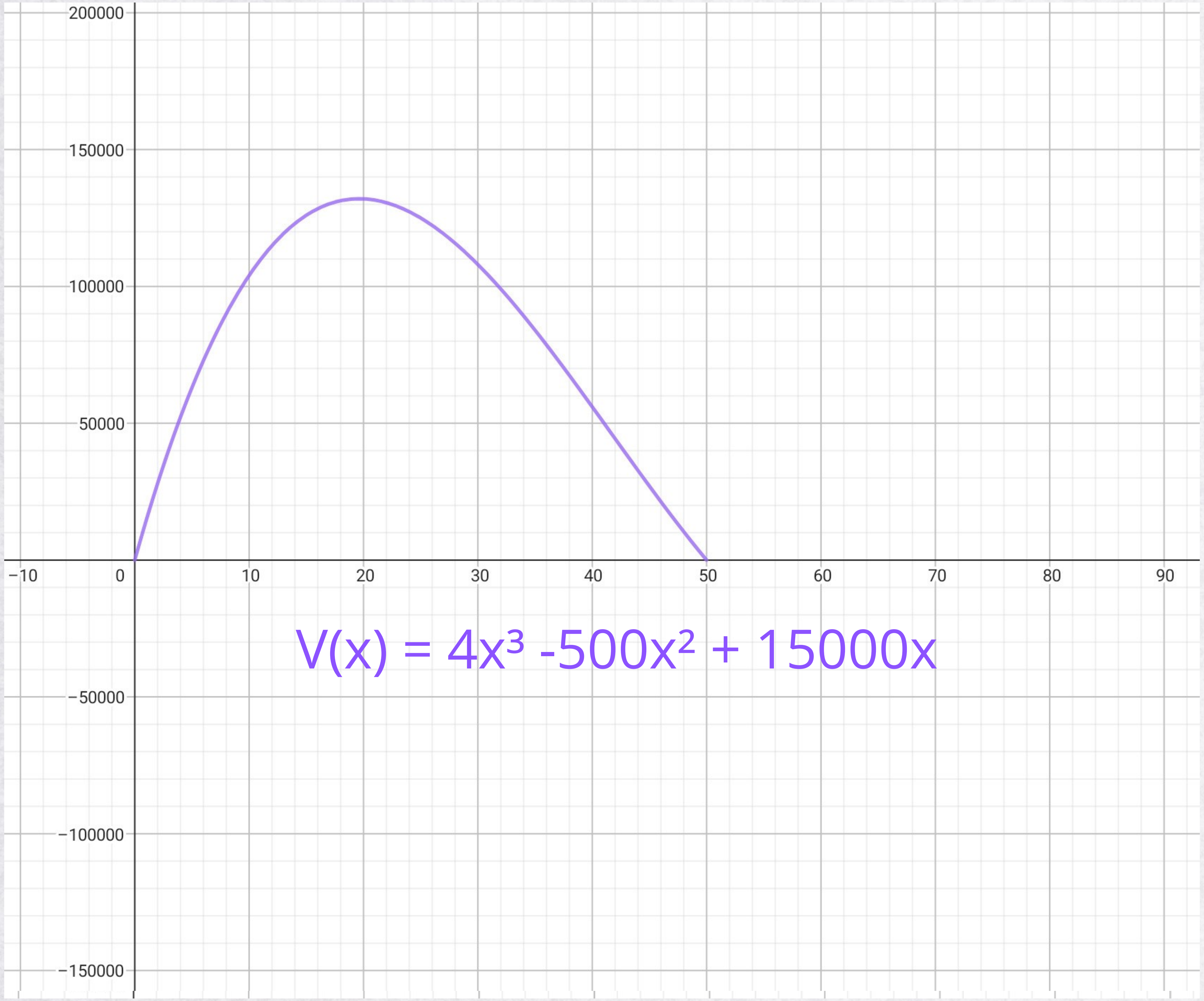
$V(x) = 4x^3 - 500x^2 + 15000x$

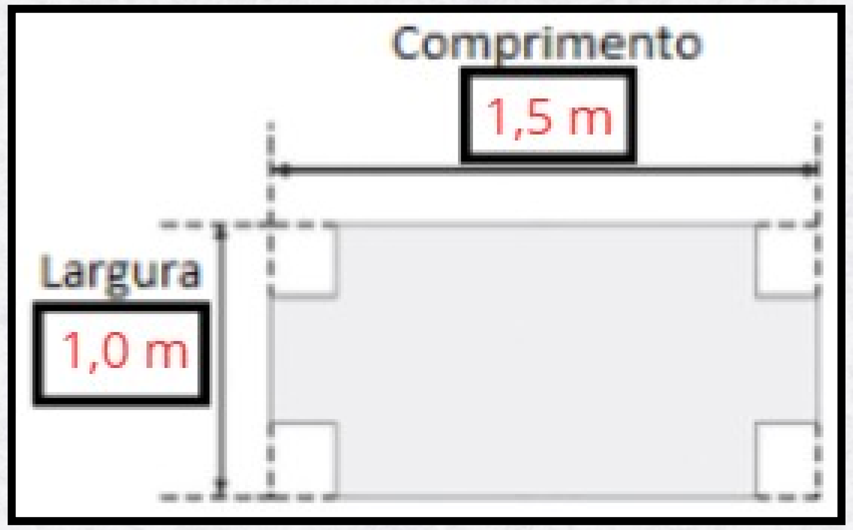
Área total

At= 150.100 -

$4x^2$

At= $15000 - 4x^2$





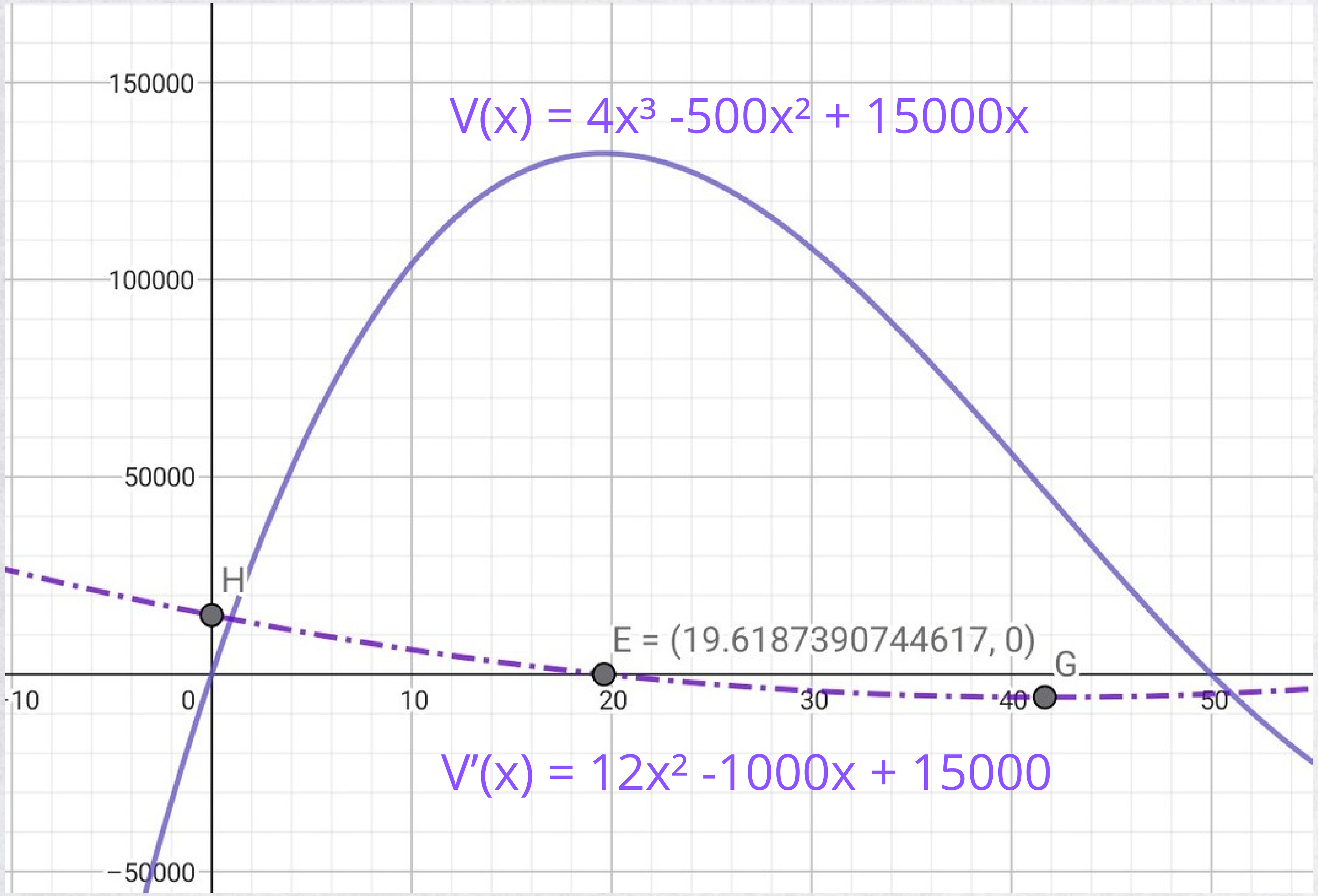
Restrições

- Volume

$V(x) > 0$

- Corte

$0 < x < 50$



- Função polinomial com domínio]0, 50[
- A raiz da derivada é o ponto de máximo.

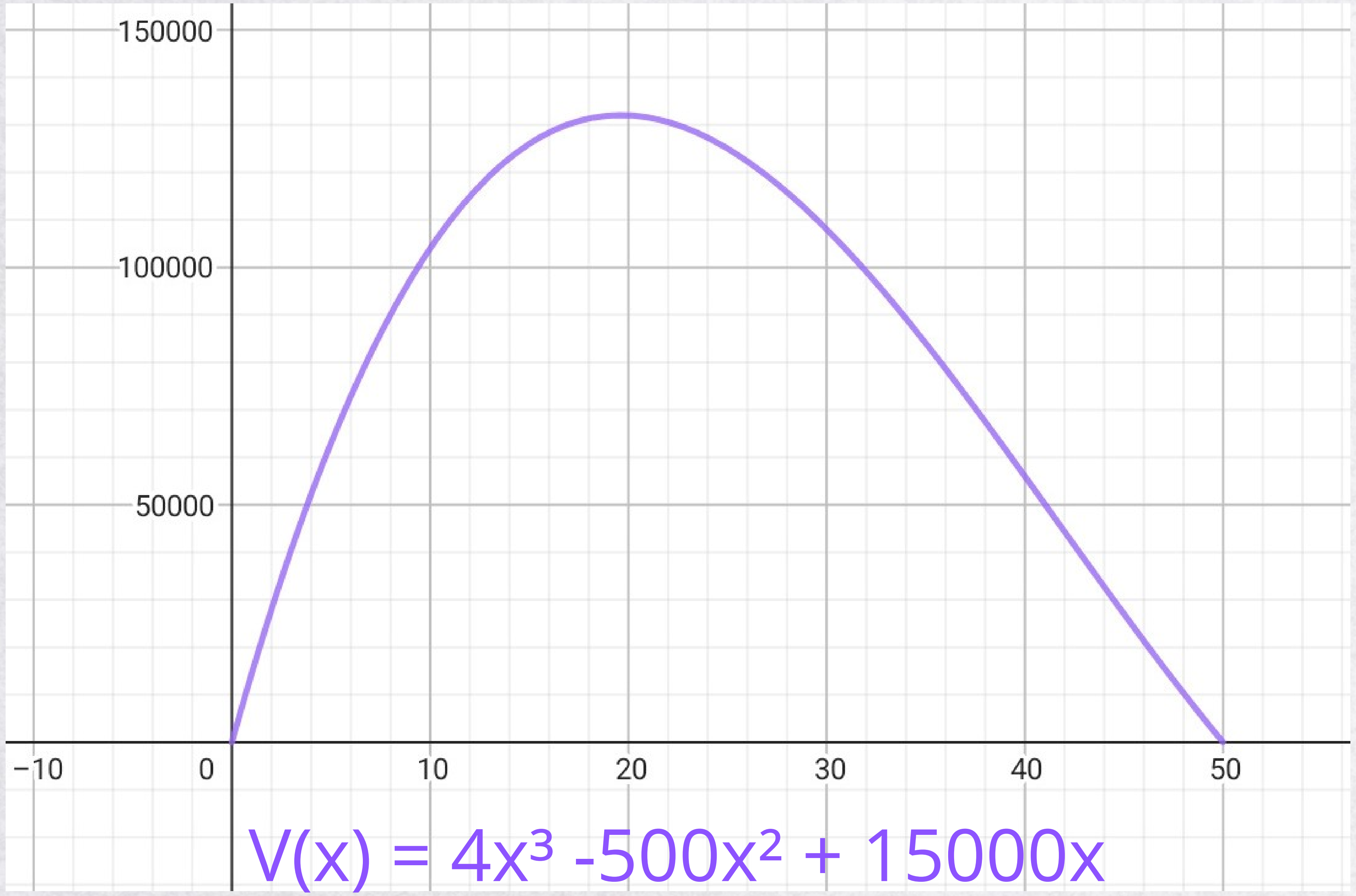
$$V'(x) = 12x^2 - 1000x + 15000$$

$$x1 = 19{,}6187$$

com isso o volume máximo será, aprox.:

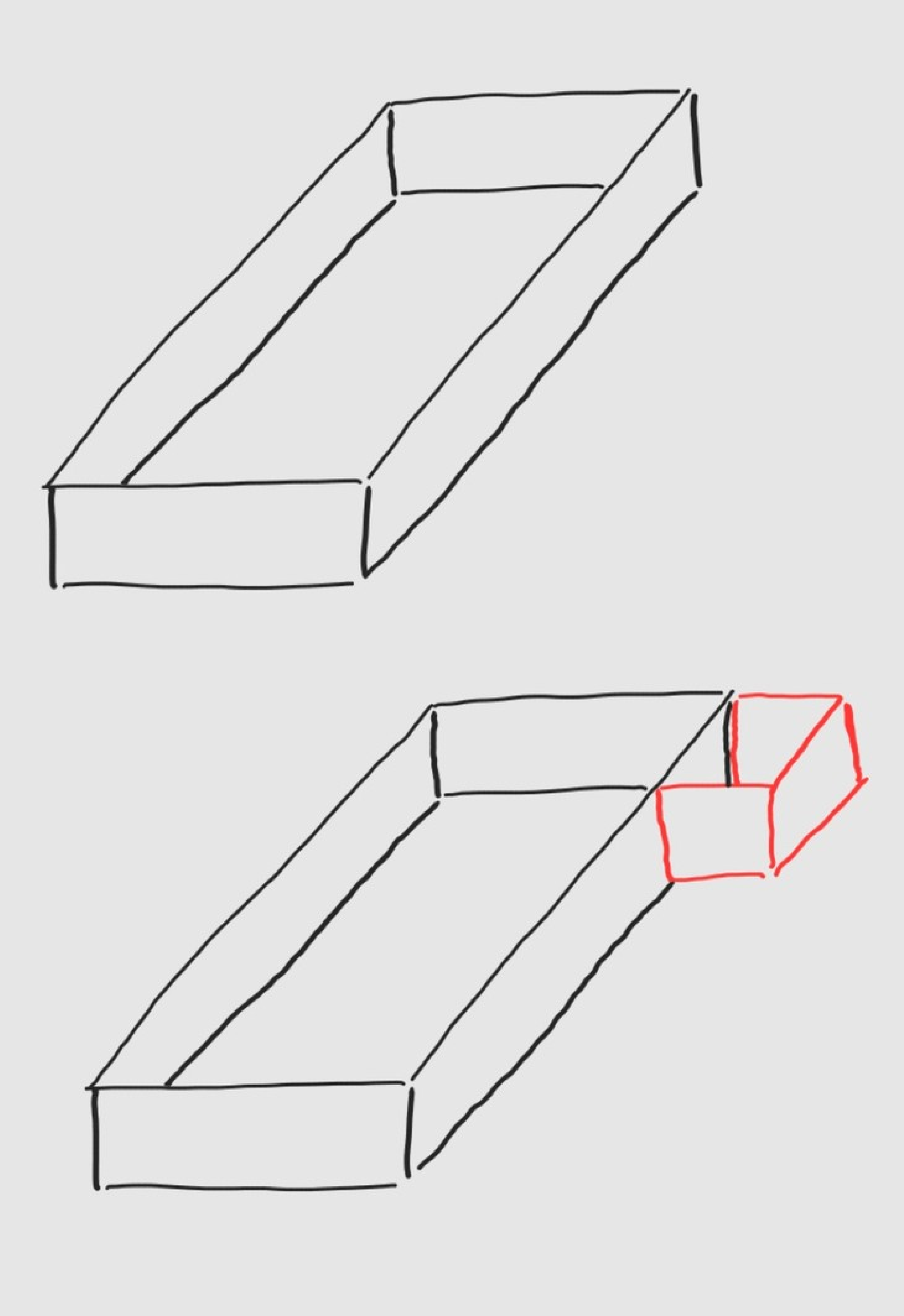
$$V(19{,}6187) = 132038{,}23\ cm^3$$

Relação entre volume e área



Corte	Área $A = 15000-4x^2$	Volume $V = x(150 - 2x)(100 - 2x)$
2	14984	28032
4	14936	52256
6	14856	72864
8	14744	90048
10	14600	104000
12	14424	114912
14	14216	122976
16	13976	128384
18	13704	131328
20	13400	132000
22	13064	130592
24	12696	127296
26	12296	122304
28	11864	115808
30	11400	108000
32	10904	99072
34	10376	89216
36	9816	78624
38	9224	67488
40	8600	56000
42	7944	44352
44	7256	32736
46	6536	21344
48	5784	10368
50	5000	0

Será que podemos aumentar o volume aproveitando as sobras?

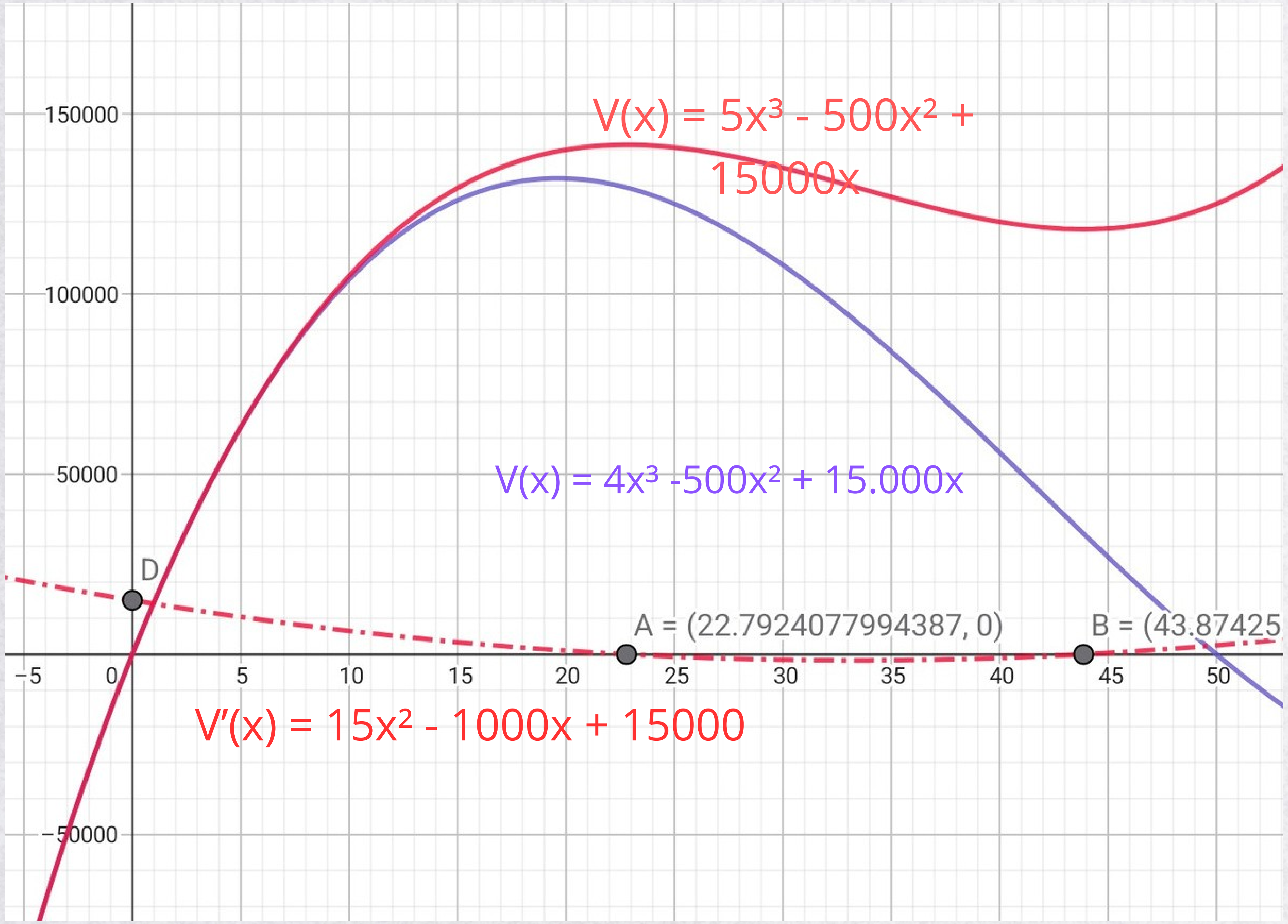


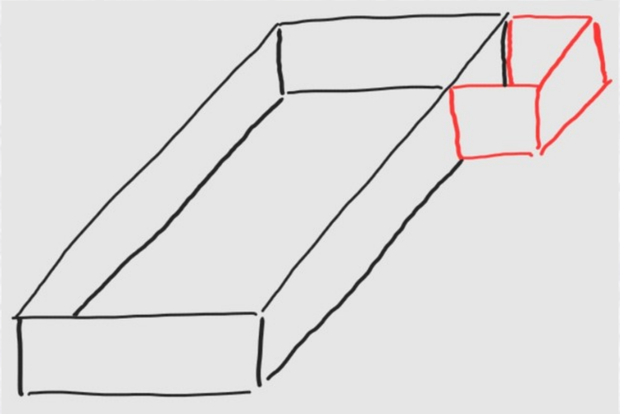
$$V(x) = 4x^3 - 500x^2 + 15000x$$

$$V(x) = 4x^3 - 500x^2 + 15000x + x^3$$

$$V(x) = 5x^3 - 500x^2 + 15000x$$

Será que podemos aumentar o volume aproveitando as sobras?





- Função polinomial com domínio]0, 50]

$$V(x) = 4x^3 - 500x^2 + 15000x + \mathbf{x^3}$$

$$V(x) = 5x^3 - 500x^2 + 15000x$$

- A raiz da derivada é o ponto de máximo.

$$V'(x) = 15x^2 - 1000x + 15000$$

$$x1 = 22{,}79 \text{ (aprox.)}$$

com isso o volume máximo será, aprox.:

$$V(x) = 141341{,}77 \text{ cm}^3$$

- Função polinomial com domínio]0, 50[
- A raiz da derivada é o ponto de máximo.

$$V'(x) = 12x^2 - 1000x + 15000$$

$$x1 = 19{,}6187$$

com isso o volume máximo será, aprox.:

$$V(19{,}6187) = 132038{,}23 \text{ cm}^3$$

- Função polinomial com domínio]0, 50]

$$V(x) = 4x^3 - 500x^2 + 15000x + \mathbf{x^3}$$

$$V(x) = 5x^3 - 500x^2 + 15000x$$

- A raiz da derivada é o ponto de máximo.

$$V'(x) = 15x^2 - 1000x + 15000$$

$$x1 = 22{,}79 \text{ (aprox.)}$$

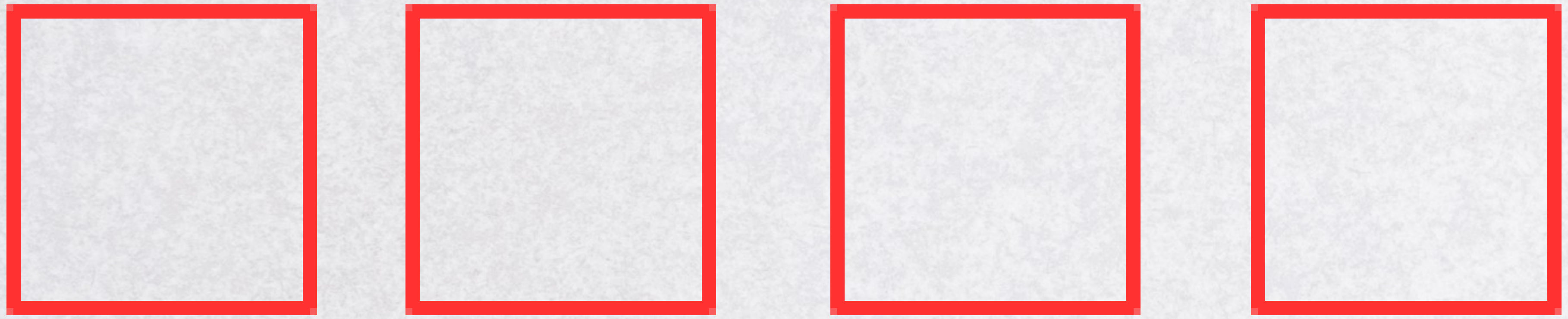
com isso o volume máximo será, aprox.:

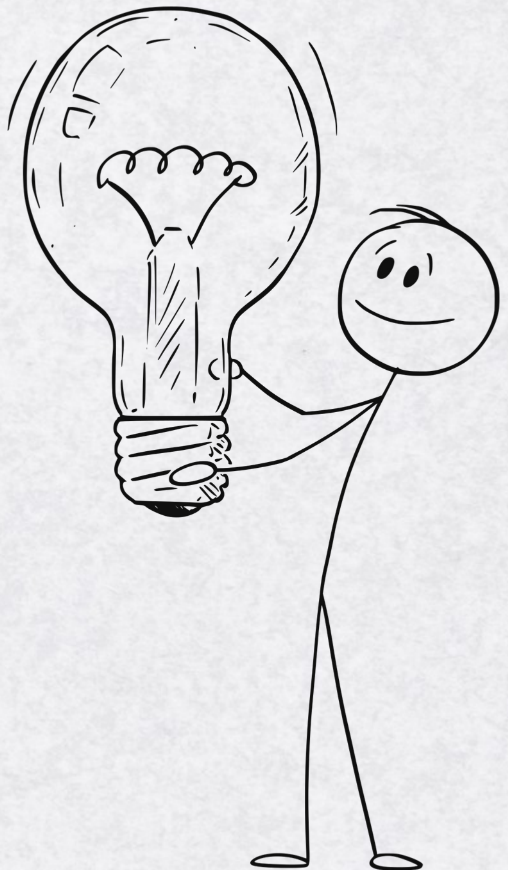
$$V(x) = 141341{,}77 \text{ cm}^3$$

100% de aproveitamento

Outra ideia seria:

Como utilizar as sobras (4 pedaços) para montar uma caixinha, de forma que tenha volume máximo, desde que não seja cúbica.





Bibliografia.

BORTOLOSSI, Humberto. Cálculo diferencial a várias variáveis. 3ª edição. Editora Loyola, 2009.

STEWART, James. Cálculo. 6ª edição. Editora Cengage Learning, 2008

HEIN, Maria Salett Biembengut, N. Modelagem matemática no ensino. 5. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2000.

VERTUAN, Lourdes Werle De Almeida, Karina Pessoa, Rodolfo E. Modelagem matemática na educação básica. São Paulo: Editora Contexto, 2012.